

Begriffe, Relationen, Logik

Bernhard Ganter

Institut für Algebra
TU Dresden

ESS, 18. Juni 2016

Kontextuelle Begriffsalgebra

Die Formale Begriffsanalyse bietet eine einfache Möglichkeit, Begriffshierarchien mathematisch zu fassen. Gegebene Daten, dargestellt als formaler Kontext, werden in eine algebraische Struktur entfaltet, den Begriffsverband. Dieser kann graphisch dargestellt werden.

Kontextuelle Begriffsalgebra

Die Formale Begriffsanalyse bietet eine einfache Möglichkeit, Begriffshierarchien mathematisch zu fassen. Gegebene Daten, dargestellt als formaler Kontext, werden in eine algebraische Struktur entfaltet, den Begriffsverband. Dieser kann graphisch dargestellt werden.

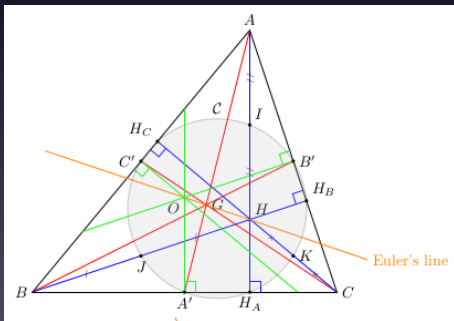
Es geht dabei also nicht um die allgemeinen Regeln der Begriffslogik, sondern um die Möglichkeit, konkrete Daten begrifflich zu deuten und zu analysieren. Dafür steht das Wort „kontextuell“ im Gegensatz zu „abstrakt“.

Restrukturierung

Die eigentliche Entdeckung der Gruppe um Rudolf Wille war eine neue Interpretationsmöglichkeit für ein vorhandenes mathematisches Gebiet (die Verbandstheorie). Dieses musste dann für diese neue Verwendung zugeschnitten werden. Wille nennt dies eine Restrukturierung.

Restrukturierung

Die eigentliche Entdeckung der Gruppe um Rudolf Wille war eine neue Interpretationsmöglichkeit für ein vorhandenes mathematisches Gebiet (die Verbandstheorie). Dieses musste dann für diese neue Verwendung zugeschnitten werden. Wille nennt dies eine Restrukturierung.



Die Bedeutung der FBA

- Innermathematisch bedeutete die Entdeckung der FBA keinen bedeutenden Durchbruch, auch wenn die neue Zielrichtung eine Reihe von mathematischen Problemen aufwarf, an denen z.T. bis heute gearbeitet wird.
- Für die Begriffslehre bietet die FBA ein stark simplifizierendes Modell, das aber den Vorteil mathematischer Verlässlichkeit und einer mächtigen Theorie im Hintergrund hat.
- Die Pragmatik der FBA hat sich trotz einer Vielzahl überzeugender Beispiele noch nicht durchgesetzt.

Begriffsnamen und ISA-Urteile

Die Formalen Begriffe der FBA sind Mengenpaare, bestehend aus Begriffsumfang und Begriffsinhalt.

Es ist nicht erforderlich, aber möglich, einzelnen Begriffen Namen zu geben. In natürlichsprachigen Begriffshierarchien werden meist nur ausgewählte Begriffe namentlich verwendet.

Begriffsnamen und ISA-Urteile

Die Formalen Begriffe der FBA sind Mengenpaare, bestehend aus Begriffsumfang und Begriffsinhalt.

Es ist nicht erforderlich, aber möglich, einzelnen Begriffen Namen zu geben. In natürlichsprachigen Begriffshierarchien werden meist nur ausgewählte Begriffe namentlich verwendet.

Die Zuordnung eines Gegenstands zu einem Begriffsumfang kann als besonders einfache Form eines Urteils verstanden werden und erhält oft eine eigene Notation.

City: Boston

Erweiterung der Formalen Begriffsanalyse

Als die mathematische Fassung der FBA weitgehend ausgearbeitet war, suchte Rudolf Wille nach Möglichkeiten, diese Theorie in einen weiteren Rahmen einzubetten.

Erweiterung der Formalen Begriffsanalyse

Als die mathematische Fassung der FBA weitgehend ausgearbeitet war, suchte Rudolf Wille nach Möglichkeiten, diese Theorie in einen weiteren Rahmen einzubetten.

Er orientierte sich an Immanuel Kants Auffassung der traditionellen Lehre von Begriff, Urteil und Schluss als Grundstruktur menschlicher Rationalität.

Erweiterung der Formalen Begriffsanalyse

Als die mathematische Fassung der FBA weitgehend ausgearbeitet war, suchte Rudolf Wille nach Möglichkeiten, diese Theorie in einen weiteren Rahmen einzubetten.

Er orientierte sich an Immanuel Kants Auffassung der traditionellen Lehre von Begriff, Urteil und Schluss als Grundstruktur menschlicher Rationalität.

Willes Programm bestand folglich darin, die FBA um eine ähnlich prägnante Formalisierung von Urteil und Schluss zu erweitern.

Urteile als Tripel

Schon seit Aristoteles werden Urteile als Tripel der Form

Subjekt – Kopula – Objekt

aufgefasst, wobei Subjekt und Objekt Gegenstände oder Begriffe sind.

Es werden als zwei (oder mehr) Begriffe durch eine Relation miteinander verbunden.



Urteile als Tripel

Schon seit Aristoteles werden Urteile als Tripel der Form

Subjekt – Kopula – Objekt

aufgefasst, wobei Subjekt und Objekt Gegenstände oder Begriffe sind.

Es werden als zwei (oder mehr) Begriffe durch eine Relation miteinander verbunden.



Natürlich ist auch dies eine rüde Vereinfachung.

Schlusslogik

Beim Schluss geht es darum, aus gegebenen Urteilen weitere abzuleiten.

Die Aufgabe der Formalen Logik ist es, dafür Regeln und Kalküle bereitzustellen, die allgemein gelten, also unabhängig von den jeweiligen Daten.

Dafür gibt es eine lange Entwicklungslinie von Formalismen, von der Syllogistik über die Prädikatenlogik bis zu den heutigen Entwicklungen.

Dabei treten grundsätzliche Schwierigkeiten wie z.B. Probleme der Unentscheidbarkeit auf.

Kontextuelle Logik

Willes Ziel war eine Logik konkreter begrifflicher Daten. Er nannte dies kontextuelle Logik.

Eine solche Logik benutzt zwangsläufig die Gesetzmäßigkeiten der abstrakten Logik, sie hat aber pragmatische Ziele. Es geht darum, eine handhabbare Formalisierung von Begriff, Urteil und Schluss zu entwickeln, die es erlaubt, menschliches Begriffsdenken mit mathematischem Schließen zu verbinden.

Für die mathematische Logik steht dieses Ziel traditionell nicht im Vordergrund. Sie tut sich deshalb in dieser Art von Anwendungen oft schwer.

Welche Formalisierung von Urteil?

Es gibt eine Vielzahl von Möglichkeiten, darunter

- Semantische Netze,
- RDF,
- Potenzkontextfamilien,
- Relationalstrukturen der Prädikatenlogik,
- Conceptual Graphs und KIF,
- OWL,

etc., etc.

Welche Formalisierung von Urteil?

Es gibt eine Vielzahl von Möglichkeiten, darunter

- Semantische Netze,
- RDF,
- Potenzkontextfamilien,
- Relationalstrukturen der Prädikatenlogik,
- Conceptual Graphs und KIF,
- OWL,

etc., etc.

Meist ist es nicht weiter schwierig, Übersetzungsmechanismen zwischen solchen Darstellungsformen anzugeben. Entscheidend ist aber ihre pragmatische Brauchbarkeit.

Welchen Formalismus nehmen wir nun?

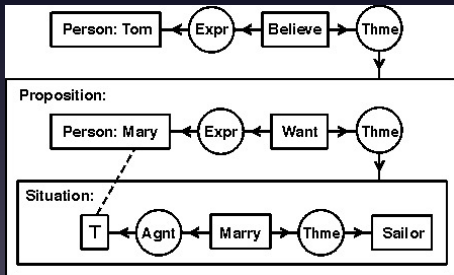
Hier ist man noch weit von einer einhelligen Antwort entfernt.

- Aus mathematischer Sicht sollte man den elegantesten, ausgereiftesten Formalismus nehmen, der es erlaubt, schwierige Theoriefragen zu bearbeiten.
- Aus informatischer Sicht ist der mächtigste Formalismus zu bevorzugen, der leicht an die etablierten leistungsstarken Implementierungen anzubilden ist (wie Triplestore).
- Aus pragmatischer Sicht nimmt man den brauchbarsten Formalismus, der geeignet ist, die pragmatischen Ziele zu erreichen.

Komplexere Urteile

Die menschliche Sprache erzeugt regelmäßig Formulierungen, die nicht in dieses einfache Modell passen und zu allerlei Erweiterungen der Theorie führen. Ein bekanntes Beispiel von John Sowa ist der Satz

„Tom glaubt, dass Mary einen Seemann heiraten möchte“.



Beriffsbildende Kraft von Relationen

Urteile lassen sich auch als Merkmalszuschreibungen verstehen.

„Die Katze ist auf der Matte“ kann ja so verstanden werden, dass

die Katze das Merkmal hat, auf der Matte zu sein.

Die Relation „ist auf“ kann also benutzt werden, um den Begriffsumfang „aller Gegenstände, die auf der Matte sind“ zu bilden.

Tatsächlich scheint mir dies pragmatisch ein besonders wichtiges Ziel zu sein.

Ausdruckstärke

Je nach Bedarf können unterschiedlich schwierige Konstruktionen benötigt werden.

„alle Texte, die ...

- das Wort Verona enthalten“,

Ausdruckstärke

Je nach Bedarf können unterschiedlich schwierige Konstruktionen benötigt werden.

„alle Texte, die ...

- das Wort Verona enthalten“,
- das Wort Verona und das Wort Italien enthalten“,

Ausdruckstärke

Je nach Bedarf können unterschiedlich schwierige Konstruktionen benötigt werden.

„alle Texte, die ...

- das Wort Verona enthalten“,
- das Wort Verona und das Wort Italien enthalten“,
- das Wort Verona, aber nicht das Wort Feldbusch enthalten“,

Ausdruckstärke

Je nach Bedarf können unterschiedlich schwierige Konstruktionen benötigt werden.

„alle Texte, die ...

- das Wort Verona enthalten“,
- das Wort Verona und das Wort Italien enthalten“,
- das Wort Verona, aber nicht das Wort Feldbusch enthalten“,
- das Wort Verona enthalten, aber keinen anderen Namen einer Stadt“.

Ausdruckstärke

Je nach Bedarf können unterschiedlich schwierige Konstruktionen benötigt werden.

„alle Texte, die ...

- das Wort Verona enthalten“,
- das Wort Verona und das Wort Italien enthalten“,
- das Wort Verona, aber nicht das Wort Feldbusch enthalten“,
- das Wort Verona enthalten, aber keinen anderen Namen einer Stadt“.

Je ausdrucksstärker die verwendete Logiksprache ist, desto aufwändiger werden die benötigten Algorithmen für Schlüsse.

Fazit

Von den Versuchen, die Formale Begriffsanalyse zu einer Kontextuellen Logik zu erweitern, hat sich bisher keiner durchgesetzt.

Fazit

Von den Versuchen, die Formale Begriffsanalyse zu einer Kontextuellen Logik zu erweitern, hat sich bisher keiner durchgesetzt.

Der Zusammenhang zwischen der FBA und ontologisch geprägten Wissensrepräsentationen hat aber offensichtlich Substanz.

Fazit

Von den Versuchen, die Formale Begriffsanalyse zu einer Kontextuellen Logik zu erweitern, hat sich bisher keiner durchgesetzt.

Der Zusammenhang zwischen der FBA und ontologisch geprägten Wissensrepräsentationen hat aber offensichtlich Substanz.

Das Vorhaben sollte also nicht aufgegeben, sondern neu belebt werden. Dazu muss es sich stärker als bisher an der Pragmatik orientieren und darf sich zugleich nicht von den Entwicklungen der Informatik abkoppeln.